

Возможные решения

9 класс

Задача 1. Плот и катер

Пусть скорость течения реки u . Тогда расстояние от «Дубков» до «Грибков» равно $L = ut_0$, где t_0 — время плавания на плоту.

Пусть скорость моторной лодки относительно воды равна v . Тогда время t_1 , затраченное на движение от «Грибков» до «Дубков», равно:

$$t_1 = \frac{L}{v - u} = t_0 \frac{u}{v - u}.$$

На обратный путь потребовалось время $t_2 = \frac{L}{v + u} = t_0 \frac{u}{v + u}$.

Всё время плавания на лодке оказалось равным $t_{12} = t_1 + t_2 = t_0 \frac{2vu}{v^2 - u^2}$.

Выразим скорость моторной лодки через скорость течения реки, решив квадратное уравнение относительно v :

$$v^2 - 2 \frac{t_0}{t_{12}} uv - u^2 = 0, \quad \text{отсюда} \quad v = u \cdot \left[\left(\frac{t_0}{t_{12}} \right) + \sqrt{1 + \left(\frac{t_0}{t_{12}} \right)^2} \right].$$

Искомое время $t_1 = t_0 \frac{u}{v - u} = \frac{t_0 t_{12}}{t_0 - t_{12} + \sqrt{t_{12}^2 + t_0^2}} = 20$ минут.

Примерные критерии оценивания

Записано выражение для t_1	1
Записано выражение для t_2	1
Записано выражение для t_{12}	1
Составлено квадратное уравнение	2
Выбран правильный знак для v	1
Получена зависимость $v(u)$	2
Найдено время t_1	2

Задача 2. Линейная теплоёмкость

Построим график зависимости удельной теплоёмкости материала бруска от температуры (рис. 13). На оси абсцисс отмечены точки t_1 , t_2 и t_0 . За время теплообмена с водой в калориметре температура бруска понизилась с t_1 до t_0 . При этом брусок передал воде количество теплоты, численно равное площади заштрихованной поверхности, умноженной на массу бруска $m_1 = 1$ кг. Запишем уравнение теплового баланса:

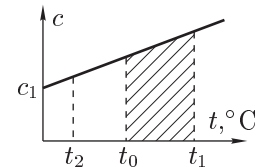


Рис. 13

$$m_2 c_2 (t_0 - t_2) = m_1 c_1 \left(\frac{1 + \alpha t_1 + 1 + \alpha t_0}{2} \right) (t_1 - t_0).$$

Из этого соотношения находим:

$$m_2 = m_1 \frac{c_1}{2c_2} \frac{\alpha(t_1^2 - t_0^2) + 2(t_1 - t_0)}{t_0 - t_2} \approx 0,707 \text{ кг.}$$

Примерные критерии оценивания

Определено количество теплоты, переданное бруском	4
Определено количество теплоты, полученное водой	2
Записано уравнение теплового баланса	1
Найдено выражение для m_2	1
Получено численное значение для m_2	2

Задача 3. Цепь с двумя амперметрами

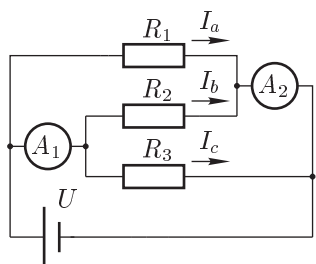


Рис. 14

Перерисуем исходную схему (рис. 14). Через резисторы ток течёт от положительного полюса батарейки к отрицательному. По условию оба амперметра идеальные. Следовательно, все три резистора соединены параллельно и подключены к полюсам батарейки. Поэтому:

$$U = I_c R_3 = 3 \text{ В,} \quad \text{а} \quad I_a = \frac{U}{R_1} = 3 \text{ мА.}$$

Для сил токов, протекающих через амперметры, справедливы соотношения:

$$I_a + I_b = I_2, \tag{1}$$

$$I_c + I_b = I_1. \tag{2}$$

Вычитая почленно уравнение (2) из уравнения (1), находим ответ на второй вопрос задачи:

$$I_2 - I_1 = I_a - I_c = 2 \text{ мА.}$$

Примерные критерии оценивания

Указаны направления токов	2
Найдено напряжение U	2
Записана система уравнений для сил токов I_1 и I_2	3
Найдена разность $I_2 - I_1$	3

Задача 4. На киностудии

Пусть реальный поезд падает с высоты h , тогда высота падения макета равна $h/50$. Обозначим через t_n и t_m времена падения настоящего поезда и макета.

Падение и оригинала, и макета происходит с одним и тем же ускорением, равным ускорению свободного падения. Так как время свободного падения с высоты h пропорционально корню из h , то для времён t_n и t_m выполнено соотношение:

$$\frac{t_n}{t_m} = \sqrt{\frac{h}{h/50}}.$$

Чтобы ситуация выглядела правдоподобно, за время падения оригинала и макета должно быть отснято одинаковое количество кадров. Отсюда:

$$N_0 t_n = N_1 t_m,$$

поэтому, используя предыдущее выражение, окончательно находим:

$$N_1 = \sqrt{50} N_0 \approx 170 \text{ кадров/с.}$$

Примерные критерии оценивания

Найдено отношение времён падения	4
Записано соотношение между полным числом кадров для поезда и макета	4
Получен численный ответ	2

Задача 5. Два зеркала

Два изображения строятся сразу. Это изображение S_1 в зеркале M_1 и S_2 в зеркале M_2 (рис. 15). Теперь проверим, могут ли появиться другие изображения.

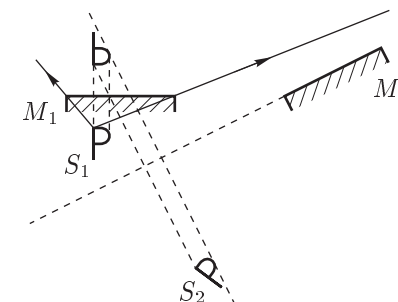


Рис. 15

S_2 оказывается за отражающей поверхностью обоих зеркал, а поэтому не может дать нового изображения.

Найдём область, из которой видно изображение S_1 . Для этого проведём лучи, выходящие из S_1 и проходящие через края зеркала M_1 . Изображение будет видно из точек, расположенных между лучами с рабочей стороны зеркала M_1 . Самым широким раствором угла «видимости» изображения S_1 будет между лучами, выходящими из самой верхней точки изображения.

Из построения определяем, что зеркало M_2 в эту область не попадает ни для одной из точек изображения. Значит, S_1 не даёт нового изображения в M_2 . Итак, в системе есть всего два изображения.

Примерные критерии оценивания

Построено изображение в зеркале M_1	3
Построено изображение в зеркале M_2	3
Показано, что изображение S_1 не отражается в зеркале M_2	4